Vergleichende Analysen zweier Problemlöseprozesse unter dem Aspekt des Problemlöseerfolgs

Bertold Kujath

Didaktik der Informatik
Universität Potsdam
August-Bebel-Straße 89
14482 Potsdam
kujath@uni-potsdam.de

Abstract: Problemlöseerfolg bei Informatikaufgaben ist nicht nur das Ergebnis von vorher erworbenem Wissen und Übungspraxis, sondern auch der Aktivitäten, die während der Aufgabenbearbeitung entwickelt werden. In der hier vorliegenden Studie sollen effiziente mit ineffizienten Problemlöseprozessen verglichen und Unterschiede herausgearbeitet werden. Ausgehend von der Annahme, bei informatischen Hochleistern häufiger effiziente Problemlöse-Prozesse nachweisen zu können, wurden im ersten Teil der Studie acht Endrundenteilnehmer des Bundeswettbewerbs Informatik beim Problemlösen mit der Methode des lauten Denkens beobachtet. Eine Versuchsreihe mit weniger erfolgreichen Problemlösern als Vergleichsgruppe steht unmittelbar bevor. Da bereits innerhalb der Gruppe der Hochleister deutliche Unterschiede in der Effizienz der Problemlöseprozesse beobachtet werden konnten, soll hier exemplarisch für die Vorgehensweise in der Gesamtstudie die Bearbeitungen eines Färbeproblems durch zwei der Probanden kontrastiert werden.

1 Einleitung

Die Frage, worin sich die Problemlöseprozesse Hochleistender von denen Niedrigleistender unterscheiden und welche unterschiedlichen Problemlöse- und Denkstrategien hierbei zum Einsatz kommen, soll mit der Methode des *lauten Denkens* untersucht werden. Bei dieser in der Problemlöseforschung seit langem etablierten, wenn auch kontrovers diskutierten Methode, werden die Probanden gebeten, beim Lösen von Informatikaufgaben alle Gedankengänge laut auszusprechen. Studien zur Validität dieses Datenerhebungsverfahrens belegen, dass diese Art des Problemlösens bei Beachtung gewisser limitierender Faktoren den Problemlöseprozess nicht qualitativ verändert [NeSi72, Deff84, ErSi93].

Versuche mit lautem Denken laufen in der Problemlöseforschung üblicherweise als sog. *Kontraststudien* ab, bei denen in der Regel zwei Extremgruppen hinsichtlich bestimmter Kriterien miteinander verglichen werden. Im hier vorliegenden Ansatz sollen *Kontrastgruppen gleichen Wissensstands* untersucht werden, die sich in ihrer Problemlöseleistung deutlich unterscheiden. Um eine vergleichbare Ausgangssituation herzustellen, sollen beide Gruppen während des Erarbeitens von Lösungswegen unbekannter Aufgabentypen beobachtet werden. Da diese Aufgabentypen in der Regel weder wissens- noch könnensbasiert gelöst werden, zielen sie auf Unterschiede in den kognitiven Fähigkeiten ab. Dies soll auch durch den Vergleich der Lösungen mit den Ergebnissen eines Intelligenzstrukturtests verdeutlicht werden.

Sollten die Untersuchungen ergeben, dass charakteristische Problemlösestrategien der Hochleister ursächlich für den höheren Problemlöseerfolg und als Strategiemuster beschreibbar sind, soll in einem weiteren Schritt geprüft werden, inwieweit diese Strategien an Niedrigleister vermittelt werden können.

Unter den Vorarbeiten anderer Autoren zu ähnlichen Fragestellungen sind besonders die folgenden zu erwähnen: R. Borromeo Ferri [Borr04] forschte zu mathematischen Denkstilen, indem sie 12 Schüler der 6. und 9. Jahrgangsstufe beim paarweisen Lösen mathematischer Aufgaben beobachtete. Sie identifizierte bei ihnen drei bereits von [Burt97] bei praktizierenden Mathematiklehrern und –lehrerinnen beschriebene mathematische Denkstile durch qualitative Datenanalyse. Da in unserer Studie ein direkter interindividueller Vergleich angestrebt ist, werden die Versuche in Einzelsitzungen durchgeführt.

G. Friege [Frie01] führte Experten-Novizen-Vergleiche beim Lösen elektrotechnischer Aufgaben durch. Die Auswertung der Problemlöseprozesse basierte auf den schriftlichen Lösungswegen der Versuchspersonen, die Ergebnisse wurden mit dem Berliner Intelligenzstrukturtest (BIS) abgeglichen. Vorangegangen waren Voruntersuchungen mit Teilnehmern der Physik-Olympiade. In unserer Studie sollen unmittelbar an die Bearbeitung der Probleme anschließende retrospektive Interviews zum Problemlöseerleben durchgeführt werden, um zusätzliche Information über die individuellen Strategien und Entscheidungsgründe zu gewinnen.

2 Hypothesen

Erfolgreiche, d.h. schnelle und effiziente Problemlöser lösen Informatikaufgaben mit adäquaten informatischen und allgemeinen Problemlösemethoden, Niedrigleister tun dies nicht oder nicht in ausreichendem Maße. In Anlehnung an die Fundamentalen Ideen der Informatik [ScSc04] kann man also in den Problemlöseprozessen informatischer Hochleister Prinzipien des Algorithmisierens, des strukturierten Zerlegens und sprachlicher Konzepte erwarten. Ebenso sind die Methoden des allgemeinen Problemlösens wie Zerlegen in Teilprobleme, planvolles Hypothesenbilden und –testen bei Hochleistern besser ausgeprägt. Als Konsequenz daraus sind die Problemlösestrategien von informatischen Hochleistern in der Regel effizienter, schneller und führen häufiger zu richtigen Ergebnissen. Bei der Analyse von Verbalprotokollen werden sich daher verstärkt Kategorien des allgemeinen und des informatikspezifischen Problemlösens in den Problemlöseprozessen Hochleistender identifizieren lassen. Erste Anhaltspunkte dafür gab es durch die Ergebnisse einer im März 2006 abgeschlossenen Pilotstudie mit Studenten und wissenschaftlichen Mitarbeitern im Bereich Informatik der Universität Potsdam.

3 Probandenauswahl

Für den hier beschriebenen ersten Teil Studie wurden Probanden für die Gruppe der Hochleister aus Endrundenteilnehmern des Bundeswettbewerbs Informatik der letzten drei Jahre angeworben. Insgesamt acht dieser Endrundenteilnehmer nahmen bis Dezember 2006 an den Versuchen teil, sieben Versuchsteilnehmer waren zudem Bundessieger. Bei allen acht Teilnehmern wurde ein IQ von z.T. deutlich über 130 ermittelt, was allgemein als Schwellenwert für eine psychometrische Hochbegabung angesehen wird [WaWe90]. Da alle diese Testteilnehmer durch Erreichen der Endrunde des Bundeswettbewerbs offenbar zugleich über eine Leistungsexzellenz im Fach Informatik verfügen, erschienen sie als besonders geeignet für die Gruppe der Hochleister in dieser Studie. Die Auswahl der Probanden für die Gruppe der Niedrigleister ist zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht abgeschlossen.

Der hier vorgestellte erste Teilnehmer T10 war zum Zeitpunkt des Versuchs 18 Jahre alt und hatte parallel zum Besuch der gymnasialen Oberstufe ein Informatik-Vordiplom absolviert. Der zweite Teilnehmer T16, ebenfalls zum Zeitpunkt des Versuchs 18 Jahre alt, hatte neben dem Besuch des Gymnasiums ein Praktikum an einem Institut für Informatik gemacht. Beide Teilnehmer haben mehrfach an nationalen oder internationalen Informatikwettbewerben teilgenommen. Diese beiden Probanden zeigten bei dem hier vorgestellten Färbeproblem die größten Leistungsunterschiede innerhalb der Gruppe, weshalb sie für einen direkten Vergleich geeignet erschienen.

4 Versuchsbeschreibung

4.1 Versuchsablauf und Datenauswertung

Die Datenerhebung und die Datenauswertung soll hier nur verkürzt dargestellt werden, eine genauere Beschreibung des Versuchsablaufs findet sich bei [Kuja06].

Beiden hier besprochenen Probanden wurden, wie auch den übrigen Teilnehmern aus der Gruppe der Hochleister, bis zu acht schulbuchtypische Informatikaufgaben präsentiert, mit der Maßgabe, diese unter lautem Denken zu lösen. Interventionen seitens des Versuchsleiters beschränkten sich während des Problemlösens auf das Notwendige. Der gesamte Problemlöseprozess wurde mit einer Videokamera aufgezeichnet, die Verbalisierungen später zunächst wörtlich transkribiert und mit Zeitstempeln versehen. In einem weiteren Schritt wurden diese Transkriptionen unter Anwendung spezieller Textreduktionsoperatoren semantikerhaltend verkürzt und auf ein einheitliches Sprachniveau transformiert, um anschließend auffällige Textpassagen in ex-ante-Problemlösekategorien einordnen zu können. Eine detaillierte Beschreibung dieser Kategorien findet sich ebenfalls in [Kuja06].

4.2 Aufgabe

Zunächst soll zum besseren Verständnis die von den beiden Teilnehmern bearbeitete Aufgabe vorgestellt und ihre aufgabenspezifischen Problemlöse-Kategorien sowie die einzelnen Teillösungen kurz diskutiert werden. Der Aufgabentext, der wörtlich vorgelesen wurde und jedem Probanden während der gesamten Aufgabenbearbeitung zur Verfügung stand, befindet sich in Abb. 1.

Weiterhin sei zur Verdeutlichung der Aufgabenstellung in Abb. 2. das Beispiel aus der Aufgabe dargestellt, links die Ausgangskonfiguration der unteren Reihe, rechts die erste der sieben aufgeführten Färbemöglichkeiten für oben. Sämtliche Versuchspersonen haben die Aufgabe von links nach rechts betrachtet, daher werden die Felder stets von links nach rechts durchgezählt.

Wichtig für die Aufgabenbearbeitung ist die Schlüsselerkenntnis, dass die Anzahl der Färbemöglichkeiten eines beliebigen Feldes oben von den Farben des linken Vorgängerfeldes und dem Feld direkt darunter abhängt; im folgenden wird dieser Sachverhalt als *Diagonalkriterium* bezeichnet. Sind in beiden Feldern die Farben gleich, hat man im zu färbenden Feld zwei Färbemöglichkeiten, andernfalls nur eine. Die maximale Anzahl von Färbemöglichkeiten erhält man also, wenn das Diagonalkriterium *gleich* möglichst oft erfüllt ist. Analog dazu erhält man die minimale Anzahl, wenn das Diagonalkriterium *ungleich* möglichst oft erfüllt ist.

3-Färbung eines $2 * n$ -Rechtecks

In einem $2 * n$-Rechteck soll jedes $1 * 1$-Quadrat gefärbt werden. Dabei sollen an den Kanten zusammenliegende Quadrate unterschiedliche Farben haben, insgesamt gibt es drei verschiedene Farben: weiß, grau und schwarz. Die untere Hälfte des längsliegenden Rechtecks ist bereits gefärbt, und zwar mit der Farbensequenz $C_1,...,C_n$. Wieviele unterschiedliche Möglichkeiten gibt es nun, die obere Hälfte zu färben? Diese Anzahl hängt von der Farbsequenz $C_1,...,C_n$ der unteren Hälfte ab.

Beispiel:
Sei n = 4 und die untere Sequenz sei <schwarz, weiß, schwarz, grau>. Dann gibt es in diesem Fall insgesamt sieben verschiedene Arten, die obere Hälfte korrekt zu färben:

<weiß, grau, weiß, schwarz>
<weiß, schwarz, grau, weiß>
<weiß, schwarz, grau, schwarz>
<weiß, schwarz, weiß, schwarz>
<grau, schwarz, grau, weiß>
<grau, schwarz, grau, schwarz>
<grau, schwarz, weiß, schwarz>

Sieben ist allerdings weder die maximale noch die minimale Anzahl der Möglichkeiten....

1. Welche ist die minimale und welche die maximale Anzahl von Möglichkeiten? (n ist dabei konstant, die Beschaffenheit der Farbsequenzen kann variieren).
2. Wie muss die untere Farbsequenz beschaffen sein, sodass man zum einen die minimale und zum anderen die maximale Anzahl von Möglichkeiten oben hat?

Abbildung 1: Aufgabentext des hier beschriebenen Färbeproblems

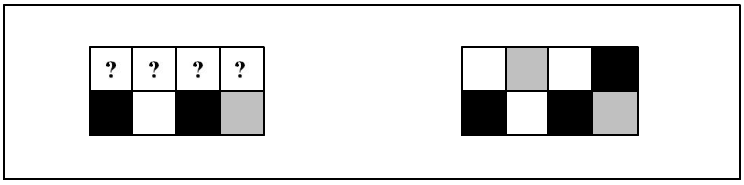

Abbildung 2: Erstes Färbebeispiel aus der Aufgabenstellung für n = 4

Die Gesamtlösung der Aufgabe besteht aus 4 Teillösungen. Um eine Formel zu entwickeln, aus einem gegebenen n die minimale und die maximale Anzahl der Färbemöglichkeiten errechnen zu können, müssen zunächst die jeweiligen Konfigurationen für unten einerseits für den minimalen und andererseits für den maximalen Fall gefunden werden. Unter Berücksichtigung des oben geschilderten Diagonalkriteriums ergibt sich somit für den Minimalfall eine Konfiguration für unten, die alle drei Farben in Folge hintereinander enthält, z.B. weiß, schwarz grau, weiß, schwarz, grau usw. Die Anzahl der Färbemöglichkeiten für beliebige n errechnet sich dann nach der Formel n + 1. Um die maximale Anzahl an Färbemöglichkeiten oben zu erhalten, dürfen für die Farbkonfiguration unten nur zwei Farben im Wechsel verwendet werden, beispielsweise grau, weiß, grau, weiß usw., dann kann in jedem Feld zumindest schwarz verwendet werden. Die maximale Anzahl der Färbemöglichkeiten bei n Feldern ist Fibonaccizahl von n, also F(n).

Zusammengefasst stellen sich die Schlüsselerkenntnisse und die Teillösungen, also die aufgabenspezifischen Kategorien wie folgt dar:

Diagonalkriterium *gleich* ergibt zwei Färbemöglichkeiten im Feld oben
Diagonalkriterium *ungleich* ergibt nur eine Färbemöglichkeit im Feld oben
Erstes Feld hat immer zwei Färbemöglichkeiten.

Teillösung 1: Farbkonfiguration unten für den minimalen Fall: alle drei Farben immer abwechselnd.
Teillösung 2: Formel für den minimalen Fall: n +1
Teillösung 3: Farbkonfiguration unten für den maximalen Fall: nur zwei Farben immer im Wechsel
Teillösung 4: Formel für den maximalen Fall: F(n)

5 Bisherige Ergebnisse der Hauptstudie

Es sollen nun die Problemlöseprozesse der Probanden T10 und T16 vorgestellt werden, einige Verbalisierungen werden zur Verdeutlichung an den entsprechenden Stellen wörtlich und mit Zeitangabe wiedergegeben.

5.1 Allgemeine Beschreibung T10

Sämtliche vier Teillösungen werden von dieser Versuchsperson in 13:08 Minuten gefunden, selbst innerhalb der Gruppe der Hochleister eine Rekordzeit. T10 beginnt seinen hochstrukturierten und nahezu sackgassenfreien Problemlöseprozess unmittelbar nach dem Vorlesen der Aufgabe mit der **Problemanalyse**, eine Problemrepräsentation ist nicht erkennbar. Der Einfluss des Diagonalkriteriums auf die Anzahl der Färbemöglichkeiten wird von T10 nach fünf Sekunden formuliert, wenig später auch der Zusammenhang zwischen gleicher bzw. ungleicher diagonaler Färbung und der daraus resultierenden Anzahl möglicher Farben im Feld darüber.

T10 wendet sich dann der Teillösung „Minimaler Fall“ zu, in der in Abb. 3 dargestellten ersten Skizze des Probanden wird ein minimaler Fall unter konsequenter Anwendung des Diagonalkriteriums *ungleich* in einem **aktiven** Prozess entwickelt, d.h., die Farbkonfiguration für die untere Reihe wird sukzessiv konstruiert. T10 verwendet dabei die Zahlen 0, 1, 2 anstelle von Farbbezeichnungen, die Skizze wirkt dadurch prägnanter.

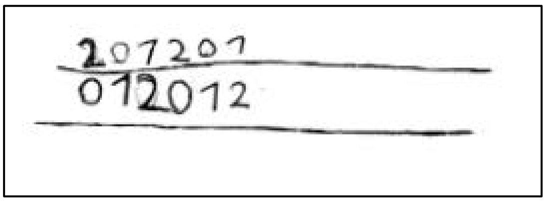

Abbildung 3: Skizze des Probanden T10 zur Entwicklung der unteren Farbkonfiguration im minimalen Fall

T10 erkennt in dieser Phase, dass – die untere Farbkonfiguration für den minimalen Fall vorausgesetzt – bei Erfüllung des Diagonalkriteriums *ungleich* im ersten Feld die weiteren Farben oben determiniert sind (vgl. Abb. 3).

Die nun folgende Vorgehensweise von T10 erinnert an die fundamentale Idee der **Parametrisierung**. Für den Fall, dass man im ersten Feld das Diagonalkriterium *gleich* erfüllt, ergeben sich im zweiten Feld oben *zwei* Färbemöglichkeiten, und diese Situation wiederholt sich für die nachfolgenden Felder, solange man im jeweils aktuellen Feld das Diagonalkriterium *gleich* erfüllt. Wählt man im zweiten Feld das Diagonalkriterium *ungleich*, so ist von da ab die Folge determiniert, denn es bestehen dann keine Farbwahlmöglichkeiten mehr für irgendeines der folgenden Felder.

Zitat des Probanden (sic!):

5:03 „Den Extremfall habe ich also entweder die Möglichkeit, gleich mit zu machen, oder erst beim zweiten Mal, oder erst beim dritten Mal, oder erst beim vierten Mal.“

Aus dieser Erkenntnis leitet T10 dann auch die korrekte Formel für die Anzahl der Färbemöglichkeiten im minimalen Fall ab, womit die beiden Teillösungen für den minimalen Fall gefunden sind.

Zitat des Probanden:

5:46 „Das heißt, das minimale Beispiel dürfte... n+1 Möglichkeiten haben. So, und zu konstruieren als eine Folge von Farbe 1, Farbe 2, Farbe 3 und das wiederholt sich dann immer.“

Ebenso konsequent geht T10 bei der Bearbeitung des maximalen Falls vor. Durch Kenntnis der Eigenschaften der unteren Farbsequenz für den minimalen Fall, gelingt es T10, auf Anhieb die korrekte untere Farbsequenz für den maximalen Fall zu deduzieren.

Es folgt die fundamentale Idee der **strukturierten Zerlegung** in Form eines **Graphen**, um die Anzahl der Färbemöglichkeiten im Maximalfall zu quantifizieren. Zunächst als Binärbaum geplant, wird von T10 die in Abb. 4 dargestellte Struktur entwickelt, indem jeweils gleiche Zustände einer Ebene des Binärbaumes zu einem Zustand zusammengefasst werden. Jede Ebene entspricht dabei einem zu färbenden Feld der oberen Reihe, jeder Knoten einer möglichen Farbe in diesem Feld. Die Anzahl der ausgehenden Kanten eines Knotens korrespondiert mit der Anzahl der Färbemöglichkeiten im folgenden Feld. Die Gesamtzahl der Färbemöglichkeiten für ein bestimmtes n ergibt sich aus der Summe aller zu dieser Ebene führenden Pfade, die sich wenigstens in einer Kante unterscheiden.

Zitat des Probanden:

8:47 **„**Ich schreibe mal ran, wie viele Möglichkeiten es gibt... so viele Pfade gibt es hier durch, auf jeder Ebene..."

Aufbauend auf dieser Erkenntnis und mithilfe der Skizze aus Abb. 4 entwickelt T10 letztendlich die **rekursive** Formel zur Berechnung der Färbemöglichkeiten für beliebige n im maximalen Fall, nämlich F(n).

Zitat des Probanden:

11:49 „...es gibt zum Beispiel hier zwei Wege und hier einen Weg... bei zwei... bei Dreien... gibt`s... ähm... hier... drei Wege und hier zwei."

12:17 „Das heißt, ähm... die Möglichkeiten bei *n* Zahlen... ist gleich Fibonaccizahl..."

Im Anschluss an die Lösungsfindung erfolgte noch eine empirische Lösungsprüfung der jeweiligen Formeln durch Beispielzahlen, die Lösung wurde von T10 als richtig befunden.

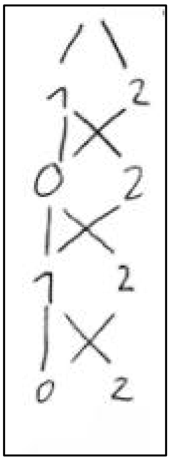

Abbildung 4: Graph zur Ermittelung der Anzahl der Färbemöglichkeiten im Maximalfall

5.2 Allgemeine Beschreibung T16

T16 beginnt seine Problembearbeitung mit einer kurzen Frage zum Aufgabenverständnis. In der sich anschließenden intensiven Problemanalyse formuliert T16 die theoretische Obergrenze 2^n an Färbemöglichkeiten, ausgehend von maximal zwei zulässigen Farben pro Feld.

Zitat des Probanden:

0:27 **"**O.K. Also.... hab` ich natürlich in der... in der oberen Hälfte, habe ich n Quadrate zu färben, für jedes davon kommen theoretisch erst einmal zwei davon in Betracht, nämlich die beiden, die in dem direkt darunter liegenden Quadrat noch nicht gewählt sind."

Es folgt die Schilderung des Diagonalkriteriums *gleich* und *ungleich*, zunächst in allgemeiner Form, dann aus Gründen der Selbsterklärung anhand konkreter Farbbeispiele. Unmittelbar darauf erkennt T16, dass im ersten Feld oben grundsätzlich zwei Färbemöglichkeiten bestehen. Korrekt ist auch die Aussage gegen Ende der Problemanalyse, dass man die maximale Anzahl von Färbemöglichkeiten erhält, wenn das Diagonalkriterium *gleich* so oft wie möglich erfüllt wird, ebenso wie die korrespondierende Aussage zur minimalen Anzahl von Färbemöglichkeiten.

Es folgt eine Formulierung, die als beabsichtigter Beginn der Problembearbeitung angesehen werden kann.

Zitat des Probanden:

5:40 **„**Also, ich färbe jetzt von links nach rechts oben diese Reihe mal sequentiell durch..."

Allerdings beginnt T16 nun, die bisherigen Erkenntnisse über das Diagonalkriterium sowie die Bedingungen aus der Aufgabe in unterschiedlichen Formen informatisch zu repräsentieren. Dabei greift er auf eine programmiersprachennahe Notation zurück. Wie aus Abb. 5 ersichtlich ist, fasst er als erstes seinen bisherigen Kenntnisstand über das Problem in seiner ersten Skizze zusammen.

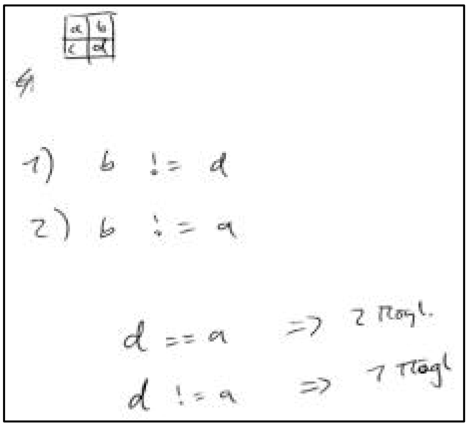

Abbildung 5: Skizze zur informatischen Repräsentation von T16

Die darauf folgende Skizze ist vom Inhalt her nahezu identisch , nur diesmal mit indizierten Feldbezeichnungen: untere Reihe a_1 bis a_n, obere Reihe b_1 bis b_n. Als T16 kurze Zeit später merkt, dass er mit diesem Ansatz nicht weiterkommt, vollzieht er einen **Strategiewechsel**.

Zitat des Probanden:

13:24 „Also, ob das so in der Form, wie ich das jetzt gemacht hab, ob das so toll ist, oder ob man nicht lieber die... die untere Sequenz, die Farbabfolge da an sich erst mal betrachtet, was es da für... für Möglichkeiten gibt, also, das jetzt eher an Beispielen durchgeht.“

Zu diesem Zeitpunkt hatte T10 bereits die vollständige Lösung gefunden. Nachdem T16 bis hierher ausschließlich auf einer abstrakten Ebene gearbeitet hat, versucht er nun einen konkreten Fall zu modellieren, dargestellt in Abb. 6. Dabei formuliert er korrekt die weiter oben als Teillösung 3 bezeichnete Farbkonfiguration für unten für den maximalen Fall.

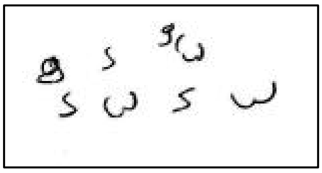

Abbildung 6: Skizze von T16 zur Modellierung eines konkreten Färbebeispiels

Nur kurze Zeit später erfolgt ein erneuter **Strategiewechsel**, T16 wendet sich wieder der formalen Betrachtungsweise zu.

Zitat des Probanden:

16:18 „Aber, wahrscheinlich probiere ich das doch noch mal so hier... das so wirklich formal weiter... weiter zu machen.“

Abb. 7 zeigt die Skizze, die T16 in dieser Phase anfertigt, mit Ausnahme einer Umgestaltung der Repräsentation hat sich nichts geändert.

$$M(i) = \begin{cases} a_i == b_{i-1} & \to 2 \\ a_i \mathrel{!=} b_{i-1} & \to 1 \end{cases}$$

Abbildung 7: Rückkehr von T16 zur Repräsentationsphase

Diese Funktion soll nun **rekursiv** ausgedrückt werden, dies versucht T16 in der folgenden Phase mithilfe eines **Entscheidungsbaums**. T16 konstruiert diesen Baum bezogen auf die untere Farbfolge aus dem Aufgabenbeispiel, die bekanntermaßen weder die maximale noch die minimale Anzahl von Färbemöglichkeiten bewirkt. Kurze Zeit später wird auch die Konstruktion des Entscheidungsbaums wieder abgebrochen.

Zitat des Probanden:

25:36 Unter Umständen ist die... die Herangehensweise, das oben der Reihe nach auszufüllen... ist die nicht... nicht richtig.“

T16 erklärt dann, Schwierigkeiten zu haben, einen formalen Ansatz zu finden, die Frage des Versuchsleiters nach den bisherigen Zwischenergebnissen wird ohne konkrete Aussage beantwortet.

7 Diskussion

Der Problemlöseprozess des Probanden T10 zeigt eine sehr frühe Ausrichtung der Aktivitäten auf Teilziele und Teillösungen. Die untere Farbsequenz für den Minimalfall wird in einer enaktiven Modellskizze unter konsequenter Umsetzung der aus der Problemanalyse stammenden Erkenntnis des Diagonalkriteriums *ungleich* konstruiert. Durch rationale Überlegung bildet er dann eine Hypothese über die allgemeine Formel des Minimalfalles, die er anhand einer enaktiven Modellskizze überprüft. Folgerichtig geht T10 bei seinem Problemlöseprozess in einem Bottom-up-Ansatz stets vom Konkreten zum Allgemeinen, weshalb er die einzelnen Teillösungen scheinbar problemlos und ohne nennenswerte Sackgassensituationen der Reihe nach bearbeiten kann. T10 ist in der Lage, seine Strategien in unerwarteten Situationen zu adaptieren und braucht daher keine einmal begonnenen Lösungsansätze komplett zu verwerfen. Dies ist eine der Ursachen für seinen großen Zeitvorteil gegenüber anderen Problemlösern. Seine Skizzen haben einen hohen Informationsgehalt und sind gut strukturiert, was insbesondere im Fall der Skizze aus Abb. 4 zu einem leichteren Erkennen des zugrundeliegenden Bildungsprinzips führt. Im Gegensatz zu T16 finden sich bei T10 mehrere deutlich ausgeprägte fundamentale Ideen der Informatik wie die Parametrisierung, die strukturierte Zerlegung in Form eines Graphen und die Rekursion.

T16 beginnt sofort nach der Problemanalyse mit einem rein formalen Ansatz. Seine erste Skizze aus Abb. 5 ist aufgrund der wenig systematisierten Feldbezeichnungen a, b, c, d weder sehr aussagekräftig noch sinnvoll erweiterbar. Erst im zweiten Ansatz indiziert er Feldbezeichnungen, bleibt aber nach wie vor bei seiner nicht-enaktiven Modellierung. Erst viel später befasst er sich mit einem konkreten Einzelbeispiel und hat auch die richtige Farbfolge für den Maximalfall gefunden. Im Gegensatz zu T10 zieht er aber keinen Nutzen aus seinen Erkenntnissen, sondern verwirft sehr schnell die konkrete Herangehensweise um wieder auf der formalen Ebene zu arbeiten. Die offensichtliche Vorliebe dieses Teilnehmers zu rein formalen Betrachtungsweisen ist umso erstaunlicher, da er in der retrospektiven Befragung zu dieser Aufgabe seine prinzipiellen Schwierigkeiten mit formalen Sichtweisen schildert. Offenbar wählt T16 einen Bearbeitungsstil für diese Aufgabe, der ihm nach eigenen Angaben nicht liegt. Während des gesamten hier betrachteten Zeitraums trennt T16 die Aufgabenstellung nicht in Teilaspekte, sondern versucht in einer Top-down-Vorgehensweise jede neue Erkenntnis immer gleich für Maximal- und Minimalfall zu formulieren. Sein Leitgedanke ist, eine einzige Formel zu finden, die beide Fälle beschreibt. Letztlich hindert ihn das an einem wirklichen Fortschritt in der Problembearbeitung, da beide Teillösungen unterschiedlich bearbeitet werden müssen. In der nun folgenden Tabelle 1 sollen die wesentlichen Merkmale der beiden Problembearbeitungen gegenübergestellt werden.

Färbungsproblem	**T10**	**T16**
grundsätzlicher Ansatz	Bottom-up	Top-down
Vorgehensweise	Spezifisch für jedes Teilproblem	Global, versucht alles in einer Formel auszudrücken
Strategiewechsel	selten	häufig
Teilzielbildung	konsequent	nur ansatzweise
Skizzen	aussagekräftig	weniger aussagekräftig
Umsetzung gewonnener Erkenntnisse	vollständig	unvollständig
Fundamentale Ideen der Informatik	deutlich ausgeprägt	kaum vorhanden

Tabelle 1: Gegenüberstellung wesentlicher Merkmale der beiden Problemlöseprozesse

8 Ausblick

Die Tatsache, dass Hochleister im Bereich Informatik, wie in diesem Beispiel gezeigt, durchaus auch ineffiziente Problemlöse-Prozesse beim Bearbeiten fachspezifischer Aufgaben verfolgen, macht deutlich, dass Problemlösen eine eigenständige Kompetenz darstellt, die mit spezifischen didaktischen Methoden vermittelt werden muss. Erste Erkenntnisse können allerdings nur bezogen auf die beiden hier geschilderten Fälle formuliert werden. Offensichtlich arbeiten erfolgreiche Problemlöser mit konkreten Anfangsbeispielen, die sie mit hoher Zielgerichtetheit bis zur fertigen Lösung weiter entwickeln. Ebenso sind erfolgreiche Problemlöser in der Lage, gewonnene Erkenntnisse nutzbringend umzusetzen. Weniger erfolgreiche Problemlöser scheinen ihre Lösungsansätze nicht konsequent genug zu verfolgen und wechseln in unerwarteten Situationen lieber ihre Strategie, als die gerade verwendete zu adaptieren. Fundamentale Ideen der Informatik finden sich deutlich ausgeprägter und konsequenter verfolgt in den Lösungswegen erfolgreicher Problemlöser. Eine didaktische Konsequenz daraus könnte sein, informatische Prinzipien nicht isoliert, sondern im konkreten Problemlösekontext zu vermitteln.

Literaturverzeichnis

[Borr04] R. Borromeo Ferri, Mathematische Denkstile, Franzbecker, 2004

[Burt97] L. Burton, Mathematicians and their Epistemologies – and the Learning of Mathematics, in: Inge Schwank, (Ed.), European Research in Mathematics Education Vol I, Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, p. 87-102, 1999

[Deff84] G. Deffner, Lautes Denken - Untersuchungen zur Qualität eines Datenerhebungsverfahrens, Verlag Peter Lang, 1984

[ErSi93] K. A. Ericsson, H. A. Simon, Protocol Analysis, MIT Press, 1993

[Frie01] G. Friege, Wissen und Problemlösen, Logos Verlag, 2001

[Kuja06] B.Kujath, Ein Test- und Analyseverfahren zur Kontrastierung von Problemlöseprozessen informatischer Hoch- und Niedrigleister – erste Ergebnisse einer Pilotstudie, GI-Edition-Lecture Notes in Informatics (LNI), 2006

[NeSi72] A. Newell, H.A. Simon, Human Problem Solving, Prentice-Hall, 1972

[ScSc04] S. Schubert, A. Schwill, Didaktik der Informatik, Spektrum Akademie Verlag, 2004

[WaWe90] M.R. Waldmann, F.E. Weinert, Intelligenz und Denken, Hogrefe 1990